Chapitre 12
Produits remarquables

Tableaux de compétences

Libre

Calcul littéral et équations

○	24	Passer d'une forme littérale à une autre.
○	25	Manipuler des expressions littérales pour résoudre des équations.
○	27	Modéliser un problème par une expression littérale.

Officiel

Effectuer des opérations

○	14	Calculer des puissances à exposants naturels.

Expressions littérales

○	29	Écrire des expressions littérales pour exprimer des propriétés caractéristiques des nombres d'un même ensemble ou d'une suite.
○	30	Écrire des expressions littérales pour exprimer des relations entre des éléments d'une figure géométrique.
○	31	Interpréter des expressions littérales, des formules.
○	33	Respecter la hiérarchie des opérations.
○	34	Transformer une expression littérale en appliquant les propriétés des opérations.
○	35	Réduire une expression littérale en additionnant les termes semblables.
○	36	Utiliser la distributivité pour transformer un produit en une somme ou une différence.
○	39	Connaître et utiliser les égalités remarquables suivantes : $(a + b)^2$, $(a - b)^2$ et $(a + b) . (a - b)$.

Activité 1 • Carré d'une somme

1 Effectue le carré des nombres ci-dessous en les décomposant, si possible, en un produit de deux facteurs et en une somme de deux termes.

12 – 32 – 64 – 53

$12^2 = (6 . 2)^2 = 6^2 . 2^2 = 36 . 4 = 144$

$12^2 = (10 + 2)^2 = (10 + 2) . (10 + 2) = 10 . 10 + 10 . 2 + 2 . 10 + 2 . 2 = 100 + 20 + 20 + 4 = 144$

$32^2 = (16 . 2)^2 = 16^2 . 2^2 = 256 . 4 = 1024$

$32^2 = (30 + 2)^2 = (30 + 2) . (30 + 2) = 30 . 30 + 30 . 2 + 2 . 30 + 2 . 2 = 900 + 60 + 60 + 4 = 1024$

$64^2 = (32 . 2)^2 = 32^2 . 2^2 = 1024 . 4 = 4096$

$64^2 = (60 + 4)^2 = (60 + 4) . (60 + 4) = 60 . 60 + 60 . 4 + 4 . 60 + 4 . 4 = 3600 + 240 + 240 + 16$

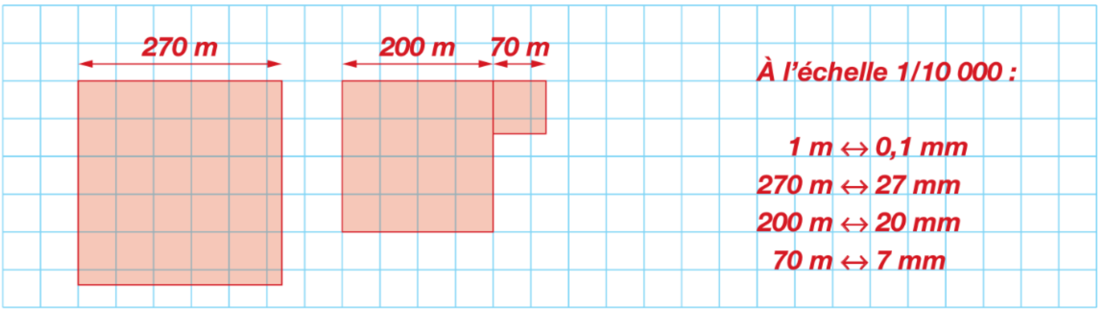
$= 4096$

$53^2 = (50 + 3)^2 = (50 + 3) . (50 + 3) = 50 . 50 + 50 . 3 + 3 . 50 + 3 . 3 = 2500 + 150 + 150 + 9$

$= 2809$

2 Mathieu est à la recherche d'une prairie à louer pour y installer ses deux chevaux. Il hésite entre deux petites annonces. La première lui vante les mérites d'une parcelle carrée de 270 m de côté. La seconde lui propose la location de deux parcelles carrées contigües, l'une de 200 m de côté et l'autre de 70 m de côté.

a) Représente les deux situations à l'échelle 1/10 000.



b) Sachant que Mathieu souhaite acquérir la parcelle la plus grande possible, à quelle annonce va-t-il répondre ?

À la première annonce : la parcelle carrée de 270 m de côté.

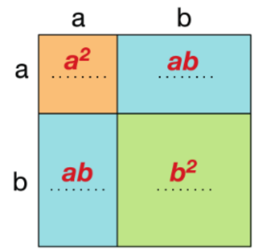
c) Justifie ton choix sans l'aide de la calculatrice.

Superficie de la parcelle carrée de 270 m de côté : $270 \,.\, 270 = 72\,900$ m²

Superficie des deux parcelles carrées contigües, l'une de 200 m de côté et l'autre de 70 m de côté : $200 \,.\, 200 + 70 \,.\, 70 = 40\,000 + 4900 = 44\,900$ m²

La parcelle carrée de 270 m de côté est bien la plus grande.

3 Exprime l'aire des carrés ci-dessous de plusieurs manières différentes.

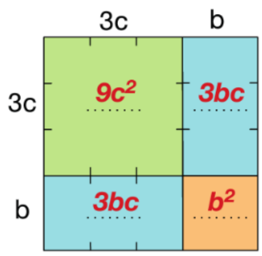


$(a + b)^2$

$= (a + b) \,.\, (a + b)$

$= a^2 + ab + ab + b^2$

$= a^2 + 2ab + b^2$

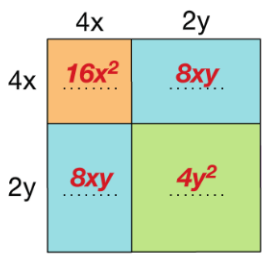


$(3c + b)^2$

$= (3c + b) \,.\, (3c + b)$

$= 9c^2 + 3bc + 3bc + b^2$

$= 9c^2 + 6bc + b^2$



$(4x + 2y)^2$

$= (4x + 2y) \,.\, (4x + 2y)$

$= 16x^2 + 8xy + 8xy + 4y^2$

$= 16x^2 + 16xy + 4y^2$

p.158 A

4 En utilisant les trois premiers exercices, transforme les égalités ci-dessous en une expression algébrique réduite ne contenant plus de parenthèses.

$(a \,.\, b)^2 =$ $a^2 \,.\, b^2 = a^2b^2$ $\qquad$ $(a + b)^2 =$ $a^2 + 2ab + b^2$

5 Calcule les carrés suivants en utilisant la formule du carré d'une somme de deux termes.

$31^2 =$ $(30 + 1)^2 = 30^2 + 2 \,.\, 30 \,.\, 1 + 1^2 = 900 + 60 + 1 = 961$

$72^2 =$ $(70 + 2)^2 = 70^2 + 2 \,.\, 70 \,.\, 2 + 2^2 = 4900 + 280 + 4 = 5184$

$85^2 =$ $(80 + 5)^2 = 80^2 + 2 \,.\, 80 \,.\, 5 + 5^2 = 6400 + 800 + 25 = 7225$

$201^2 =$ $(200 + 1)^2 = 200^2 + 2 \,.\, 200 \,.\, 1 + 1^2 = 40\,000 + 400 + 1 = 40\,401$

6 Applique la formule du carré d'une somme.

$(x + 2)^2 = x^2 + 2 . x . 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

$(5 + a)^2 = 5^2 + 2 . 5 . a + a^2 = 25 + 10a + a^2$

$(3 + 4x)^2 = 3^2 + 2 . 3 . 4x + (4x)^2 = 9 + 24x + 16x^2$

$(7y + 5)^2 = (7y)^2 + 2 . 7y . 5 + 5^2 = 49y^2 + 70y + 25$

$(x + 8y)^2 = x^2 + 2 . x . 8y + (8y)^2 = x^2 + 16xy + 64y^2$

$(2a + 3b)^2 = (2a)^2 + 2 . 2a . 3b + (3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$

$(11y + 6x)^2 = (11y)^2 + 2 . 11y . 6x + (6x)^2 = 121y^2 + 132xy + 36x^2$

$(a^2 + 1)^2 = (a^2)^2 + 2 . a^2 . 1 + 1^2 = a^4 + 2a^2 + 1$

$(a^3 + 6)^2 = (a^3)^2 + 2 . a^3 . 6 + 6^2 = a^6 + 12a^3 + 36$

$(5a^2 + 4)^2 = (5a^2)^2 + 2 . 5a^2 . 4 + 4^2 = 25a^4 + 40a^2 + 16$

$(3a^2 + 2b^2)^2 = (3a^2)^2 + 2 . 3a^2 . 2b^2 + (2b^2)^2 = 9a^4 + 12a^2b^2 + 4b^4$

$$\left(\frac{x}{3} + \frac{1}{5}\right)^2 = \left(\frac{x}{3}\right)^2 + 2 . \frac{x}{3} . \frac{1}{5} + \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{x^2}{9} + \frac{2x}{15} + \frac{1}{25}$$

$$\left(\frac{x}{5} + \frac{y}{4}\right)^2 = \left(\frac{x}{5}\right)^2 + 2 . \frac{x}{5} . \frac{y}{4} + \left(\frac{y}{4}\right)^2 = \frac{x^2}{25} + \frac{2xy}{20} + \frac{y^2}{16} = \frac{x^2}{25} + \frac{xy}{10} + \frac{y^2}{16}$$

$$\left(\frac{a}{7} + \frac{b}{9}\right)^2 = \left(\frac{a}{7}\right)^2 + 2 . \frac{a}{7} . \frac{b}{9} + \left(\frac{b}{9}\right)^2 = \frac{a^2}{49} + \frac{2ab}{63} + \frac{b^2}{81}$$

$$\left(\frac{5b}{8} + 2\right)^2 = \left(\frac{5b}{8}\right)^2 + 2 . \frac{5b}{8} . 2 + 2^2 = \frac{25b^2}{64} + \frac{20b}{8} + 4 = \frac{25b^2}{64} + \frac{5b}{2} + 4$$

7 Un carré est tel que si la longueur de son côté augmente de 1 m, son aire augmente de 11 m². Représente la situation et détermine la longueur du côté de ce carré.

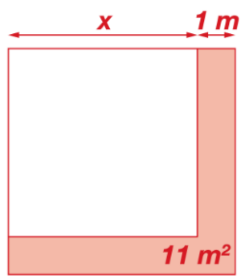
$(x + 1)^2 - x^2 = 11$

$x^2 + 2x + 1 - x^2 = 11$

$2x + 1 = 11$

$2x = 10$

$x = 5$



La longueur du côté de ce carré vaut 5 m.

8 Complète les égalités suivantes.

$(2a + 3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2$

$a^2 + 6a + 9 = (a + 3)^2$

$(y + 4x)^2 = y^2 + 8xy + 16x^2$

$36a^2 + 1 + 12a = (6a + 1)^2$

$(3b + 4c)^2 = 9b^2 + 24bc + 16c^2$

$16 + 24a^2 + 9a^4 = (4 + 3a^2)^2$

$(3y + 6)^2 = 9y^2 + 36y + 36$

$4a^2 + 20ab + 25b^2 = (2a + 5b)^2$

Activité 2 • Carré d'une différence

1 Effectue le carré des nombres ci-dessous en les décomposant, si possible, en un produit de deux facteurs et en une différence de deux termes.

27 – 48 – 59

$27^2 = (3 . 9)^2 = 3^2 . 9^2 = 9 . 81 = 729$

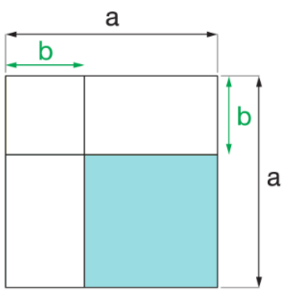
$27^2 = (30 - 3)^2 = (30 - 3) . (30 - 3) = 900 - 90 - 90 + 9 = 729$

$48^2 = (6 . 8)^2 = 6^2 . 8^2 = 36 . 64 = 2304$

$48^2 = (50 - 2)^2 = (50 - 2) . (50 - 2) = 2500 - 100 - 100 + 4 = 2304$

$59^2 = (60 - 1)^2 = (60 - 1) . (60 - 1) = 3600 - 60 - 60 + 1 = 3481$

2 Exprime l'aire de la figure colorée de plusieurs manières.



$(a - b)^2$

$= (a - b) . (a - b)$

$= a^2 - ab - ab + b^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

3 En utilisant les deux premiers exercices, transforme l'égalité ci-dessous en une expression algébrique réduite ne contenant plus de parenthèses.

p.158 B

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

4 Calcule les produits suivants en utilisant la formule du carré d'une différence de deux termes.

$29^2 = (30 - 1)^2 = 30^2 - 2 . 30 . 1 + 1^2 = 900 - 60 + 1 = 841$

$38^2 = (40 - 2)^2 = 40^2 - 2 . 40 . 2 + 2^2 = 1600 - 160 + 4 = 1444$

$67^2 = (70 - 3)^2 = 70^2 - 2 . 70 . 3 + 3^2 = 4900 - 420 + 9 = 4489$

5 Applique la formule du carré d'une différence.

$(x-7)^2 = x^2 - 2 . x . 7 + 7^2 = x^2 - 14x + 49$

$(4-a)^2 = 4^2 - 2 . 4 . a + a^2 = 16 - 8a + a^2$

$(2-4x)^2 = 2^2 - 2 . 2 . 4x + (4x)^2 = 4 - 16x + 16x^2$

$(3x-2)^2 = (3x)^2 - 2 . 3x . 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$

$(x-6y)^2 = x^2 - 2 . x . 6y + (6y)^2 = x^2 - 12xy + 36y^2$

$(2a-3b)^2 = (2a)^2 - 2 . 2a . 3b + (3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$

$(8y-5x)^2 = (8y)^2 - 2 . 8y . 5x + (5x)^2 = 64y^2 - 80xy + 25x^2$

$(a^2-1)^2 = (a^2)^2 - 2 . a^2 . 1 + 1^2 = a^4 - 2a^2 + 1$

$(3-x^3)^2 = 3^2 - 2 . 3 x^3 + (x^3)^2 = 9 - 6x^3 + x^6$

$(4a^2-5)^2 = (4a^2)^2 - 2 . 4a^2 . 5 + 5^2 = 16a^4 - 40a^2 + 25$

$(2a^2-3b^2)^2 = (2a^2)^2 - 2 . 2a^2 . 3b^2 + (3b^2)^2 = 4a^4 - 12a^2b^2 + 9b^4$

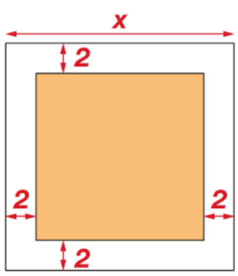
$\left(\frac{a}{5}-\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{a}{5}\right)^2 - 2 . \frac{a}{5} . \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{a^2}{25} - \frac{2a}{15} + \frac{1}{9}$

$\left(\frac{x}{7}-\frac{y}{3}\right)^2 = \left(\frac{x}{7}\right)^2 - 2 . \frac{x}{7} . \frac{y}{3} + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = \frac{x^2}{49} - \frac{2xy}{21} + \frac{y^2}{9}$

$\left(\frac{4x}{3}-\frac{5y}{2}\right)^2 = \left(\frac{4x}{3}\right)^2 - 2 . \frac{4x}{3} . \frac{5y}{2} + \left(\frac{5y}{2}\right)^2 = \frac{16x^2}{9} - \frac{40xy}{6} + \frac{25y^2}{4} = \frac{16x^2}{9} - \frac{20xy}{3} + \frac{25y^2}{4}$

$\left(\frac{3b}{2}-a\right)^2 = \left(\frac{3b}{2}\right)^2 - 2 . \frac{3b}{2} . a + a^2 = \frac{9b^2}{4} - \frac{6ab}{2} + a^2 = \frac{9b^2}{4} - 3ab + a^2$

6 Antoine possède un terrain carré bordé intérieurement par une allée de 2 m de largeur. Sachant que l'aire de cette allée est de 104 m², calcule la superficie totale du terrain représenté ci-dessous.



$x^2 - (x-4)^2 = 104$

$x^2 - (x^2 - 8x + 16) = 104$

$x^2 - x^2 + 8x - 16 = 104$

$8x - 16 = 104$

$8x = 120$

$x = 15$

Superficie totale de ce terrain : $15 . 15 = 225\ m^2$

7 Complète les égalités suivantes.

$(4a - 1)^2 = 16a^2 - 8a + 1$

$(3a - 5)^2 = 9a^2 - 30a + 25$

$(3b - 4c)^2 = 9b^2 - 24bc + 16c^2$

$(3y - 6)^2 = 9y^2 - 36y + 36$

$25 - 30a + 9a^2 = (5 - 3a)^2$

$9y^2 - 12xy + 4x^2 = (3y - 2x)^2$

$x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

$a^2 - 6ab + 9b^2 = (a - 3b)^2$

Activité 3 • Produit de deux binômes conjugués

1 a) Distribue et réduis les termes semblables.

$(a - 5) . (a + 5) = a^2 + 5a - 5a - 25 = \underline{a^2 - 25}$

$(a - 4) . (a + 3) = a^2 + 3a - 4a - 12 = a^2 - a - 12$

$(3a + 2) . (3a - 2) = 9a^2 - 6a + 6a - 4 = \underline{9a^2 - 4}$

$(a - 1) . (a - 1) = a^2 - a - a + 1 = a^2 - 2a + 1$

$(2a + 3) . (2a - 3) = 4a^2 - 6a + 6a - 9 = \underline{4a^2 - 9}$

$(a - 4) . (4 - a) = 4a - a^2 - 16 + 4a = -a^2 + 8a - 16$

$(3a - b) . (b + 2a) = 3ab + 6a^2 - b^2 - 2ab = 6a^2 + ab - b^2$

$(-a - 4) . (-a + 5) = a^2 - 5a + 4a - 20 = a^2 - a - 20$

$(-5a + b) . (5a + b) = -25a^2 - 5ab + 5ab + b^2 = \underline{-25a^2 + b^2}$

$(a^3 - 1) . (a^3 + 1) = a^6 + a^3 - a^3 - 1 = \underline{a^6 - 1}$

$(a + 3) . (a + 3) = a^2 + 3a + 3a + 9 = a^2 + 6a + 9$

b) Certains énoncés sont des produits de deux facteurs égaux. Écris-les sous leur forme abrégée et effectue-les en appliquant la formule adéquate.

$(a - 1) . (a - 1) = (a - 1)^2 = a^2 - 2 . a . 1 + 1^2 = a^2 - 2a + 1$

$(a + 3) . (a + 3) = (a + 3)^2 = a^2 + 2 . a . 3 + 3^2 = a^2 + 6a + 9$

c) Certaines réponses réduites ne comportent que deux termes, souligne-les en vert.
Pouvait-on le prévoir avant de distribuer ? Justifie.

Oui, lorsqu'il s'agit du produit d'une somme de deux nombres par leur différence, la double distributivité fait apparaître la somme de deux termes opposés qui s'annulent.

La réponse réduite ne comporte alors que deux termes.

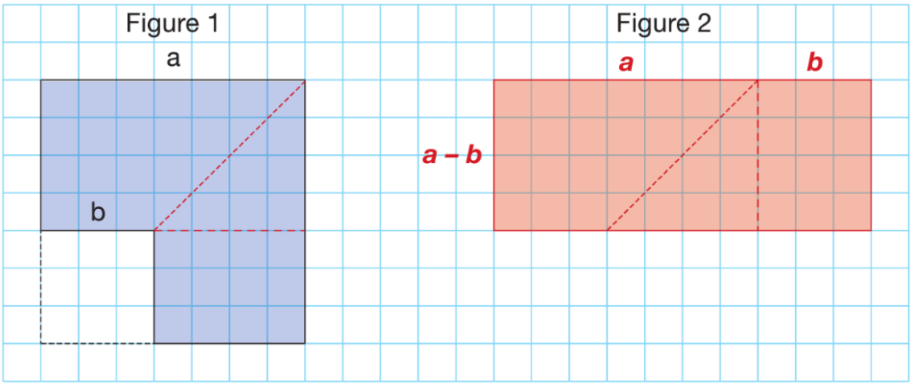
p.159 C1-D1

2 Parmi les produits ci-dessous, souligne ceux dont le résultat réduit serait une différence de deux carrés.

$(x - 4) . (x + 4)$ $(y - 2) . (y + 3)$ $(3x - 2) . (3x + 2)$ $(a - 2) . (-2 + a)$

$(2a - 3) . (3 - 2a)$ $(2x - y) . (y + 2x)$ $(x^2 - 1) . (x^3 + 1)$ $(-4a + b) . (-4a - b)$

3 a) Dans un carré de côté a, on a découpé un petit carré de côté b.
Recopie sur une feuille de papier quadrillée la figure colorée. Découpe cette figure en deux parties afin d'obtenir, après assemblage, un rectangle.
Colle ce rectangle sous le titre « figure 2 ».



b) Exprime, en fonction de a et de b, l'aire de ces deux figures.

Aire figure 1 : $a^2 - b^2$

Aire figure 2 : $(a + b) . (a - b)$

4 Démontre l'égalité $(a + b) . (a - b) = a^2 - b^2$

$(a + b) . (a - b) = a^2 - ab + ab - b^2$

$= a^2 - b^2$

p.160 D2-3

5 Calcule les produits suivants en utilisant la formule du produit de deux binômes conjugués.

$99 . 101 = (100 - 1) . (100 + 1) = 100^2 - 1^2 = 10\,000 - 1 = 9999$

$21 . 19 = (20 + 1) . (20 - 1) = 20^2 - 1^2 = 400 - 1 = 399$

$107 . 93 = (100 + 7) . (100 - 7) = 100^2 - 7^2 = 10\,000 - 49 = 9951$

$42 . 18 = (30 + 12) . (30 - 12) = 30^2 - 12^2 = 900 - 144 = 756$

$32 . 18 = (25 + 7) . (25 - 7) = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$

6 Après avoir souligné le terme qui change de signe dans les deux binômes, applique la formule du produit de deux binômes conjugués.

$(a - 2) \cdot (a + 2) = a^2 - 2^2 = a^2 - 4$

$(5x - 3) \cdot (5x + 3) = (5x)^2 - 3^2 = 25x^2 - 9$

$(3x + 2) \cdot (3x - 2) = (3x)^2 - 2^2 = 9x^2 - 4$

$(2x - 5) \cdot (2x + 5) = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$

$(3a + 1) \cdot (1 - 3a) = 1^2 - (3a)^2 = 1 - 9a^2$

$(-2b + 5) \cdot (2b + 5) = 5^2 - (2b)^2 = 25 - 4b^2$

$(4b^2 - a) \cdot (-4b^2 - a) = (-a)^2 - (4b^2)^2 = a^2 - 16b^4$

$(-7x - 1) \cdot (-7x + 1) = (-7x)^2 - 1^2 = 49x^2 - 1$

$(2a + 5b) \cdot (2a - 5b) = (2a)^2 - (5b)^2 = 4a^2 - 25b^2$

$(6ab - 1) \cdot (6ab + 1) = (6ab)^2 - 1^2 = 36a^2b^2 - 1$

$\left(\frac{a}{3} + \frac{b}{5}\right) \cdot \left(\frac{a}{3} - \frac{b}{5}\right) = \left(\frac{a}{3}\right)^2 - \left(\frac{b}{5}\right)^2 = \frac{a^2}{9} - \frac{b^2}{25}$

$\left(\frac{3x}{4} + 1\right) \cdot \left(\frac{3x}{4} - 1\right) = \left(\frac{3x}{4}\right)^2 - 1^2 = \frac{9x^2}{16} - 1$

$\left(2 + \frac{3x}{5}\right) \cdot \left(\frac{3x}{5} - 2\right) = \left(\frac{3x}{5}\right)^2 - 2^2 = \frac{9x^2}{25} - 4$

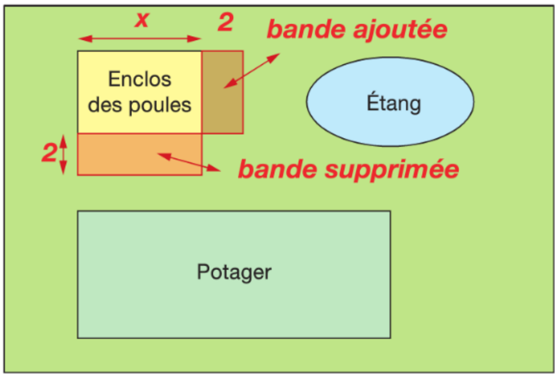
$\left(\frac{b}{5} + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{b}{5} - \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{b}{5}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{b^2}{25} - \frac{1}{4}$

7 Suite au réaménagement de son jardin, Mathieu se voit dans l'obligation de modifier les dimensions et la forme de l'enclos carré réservé à ses poules.

Il retire une bande de 2 m de large du côté du potager et ajoute une bande de 2 m de large du côté de l'étang afin d'obtenir un enclos rectangulaire.

Ce nouvel espace a exactement la superficie nécessaire pour accueillir ses huit poules.

Sachant que chaque poule doit disposer d'une superficie de 4 m^2, détermine les dimensions de l'enclos carré initial.



$(x + 2) \cdot (x - 2) = 4 \cdot 8$

$x^2 - 4 = 32$

$x^2 = 36$

$x = 6$

Le côté du carré initial mesurait 6 m.

8 Complète les égalités suivantes.

$(5x - 3) \cdot (5x + 3) = 25x^2 - 9$

$9a^2 - 4b^2 = (3a + 2b) \cdot (3a - 2b)$

$(4x - 5y) \cdot (4x + 5y) = 16x^2 - 25y^2$

$a^2 - 49b^2 = (a - 7b) \cdot (a + 7b)$

$(3a - 2b) \cdot (3a + 2b) = 9a^2 - 4b^2$

$a^2 - 49 = (a - 7) \cdot (a + 7)$

$(4 - 5a) \cdot (4 + 5a) = 16 - 25a^2$

$1 - x^2 = (1 - x) \cdot (1 + x)$

Activité 4 • Produits remarquables : exercices de synthèse

1 Identifie l'exercice en précisant s'il s'agit d'une distributivité double (DD), du carré d'une somme (CS), du carré d'une différence (CD) ou d'un produit de deux binômes conjugués (BC), puis effectue.

DD	$(a + 2) . (a + 3) = a^2 + 3a + 2a + 6 = a^2 + 5a + 6$
CS	$(a + 2)^2 = a^2 + 2 . a . 2 + 2^2 = a^2 + 4a + 4$
CD	$(2a - 3b)^2 = (2a)^2 - 2 . 2a . 3b + (3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$
DD	$(-2a - 1) . (2a + 1) = -4a^2 - 2a - 2a - 1 = -4a^2 - 4a - 1$
CS	$(2a + 3)^2 = (2a)^2 + 2 . 2a . 3 + 3^2 = 4a^2 + 12a + 9$
BC	$(a + 1) . (a - 1) = a^2 - 1^2 = a^2 - 1$
CD	$(2a - b) . (2a - b) = (2a - b)^2 = (2a)^2 - 2 . 2a . b + b^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$
CD	$(5 - a)^2 = 5^2 - 2 . 5 . a + a^2 = 25 - 10a + a^2$
BC	$(5 + 4a) . (4a - 5) = (4a)^2 - 5^2 = 16a^2 - 25$
BC	$(a^3 + 3) . (a^3 - 3) = (a^3)^2 - 3^2 = a^6 - 9$

2 Transforme les expressions ci-dessous pour qu'elles ne contiennent plus de parenthèses.

$(5x)^2 = 25x^2$

$5 . (x + 2) = 5x + 10$

$(5 + x)^2 = 25 + 10x + x^2$

$5 - (x - 2) = 5 - x + 2 = 7 - x$

$(5 - x) . 2 = 10 - 2x$

$(5 - x)^2 = 25 - 10x + x^2$

$(-5x^3)^2 = 25x^6$

$(x + 2) . (x - 2) = x^2 - 4$

$(x + 3) . (x - 2) = x^2 - 2x + 3x - 6 = x^2 + x - 6$

$(x + 3) . (x + 3) = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

$(x + 3) - (x - 3) = x + 3 - x + 3 = 6$

$(x - 3) . (3 - x) = 3x - x^2 - 9 + 3x = -x^2 + 6x - 9$

$(x - 3) + (x + 3) = x - 3 + x + 3 = 2x$

$x - 3 . (x + 3) = x - 3x - 9 = -2x - 9$

3 Supprime les parenthèses et réduis les termes semblables.

$2x . (x - 5) - 4x . (x + 5) = 2x^2 - 10x - 4x^2 - 20x$

$= -2x^2 - 30x$

$5x + (x + 2)^2 = 5x + x^2 + 4x + 4$

$= x^2 + 9x + 4$

$-2x \cdot (x-1) - (x-3)^2 = -2x^2 + 2x - (x^2 - 6x + 9)$

$= -2x^2 + 2x - x^2 + 6x - 9$

$= -3x^2 + 8x - 9$

$(x-5) \cdot (x+5) + 4 \cdot (x-1)^2 = x^2 - 25 + 4 \cdot (x^2 - 2x + 1)$

$= x^2 - 25 + 4x^2 - 8x + 4$

$= 5x^2 - 8x - 21$

$(3x-2)^2 - 5 \cdot (2x+1) \cdot (2x-1) = 9x^2 - 12x + 4 - 5 \cdot (4x^2 - 1)$

$= 9x^2 - 12x + 4 - 20x^2 + 5$

$= -11x^2 - 12x + 9$

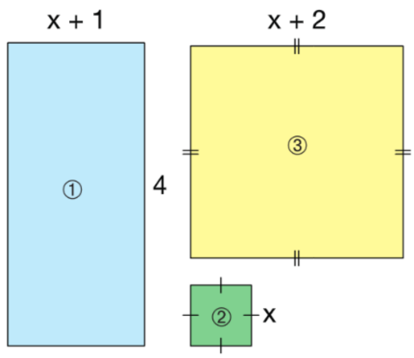
$2 \cdot (x-4)^2 - (2+3x)^2 = 2 \cdot (x^2 - 8x + 16) - (4 + 12x + 9x^2)$

$= 2x^2 - 16x + 32 - 4 - 12x - 9x^2$

$= -7x^2 - 28x + 28$

4 a) Observe les figures ci-dessous numérotées de 1 à 3 et complète le tableau.

	Aire ①	Aire ②	Aire ③
x = 1 cm	8 cm²	1 cm²	9 cm²
x = 2 cm	12 cm²	4 cm²	16 cm²
x = 5 cm	24 cm²	25 cm²	49 cm²



b) Trouve une égalité reliant l'aire de ces trois figures.

Aire ③ = Aire ① + Aire ②

c) Démontre cette égalité.

$(x+2)^2 = 4 \cdot (x+1) + x^2$

$x^2 + 4x + 4 = 4x + 4 + x^2$

$x^2 + 4x + 4 = x^2 + 4x + 4$

Activité 5 • Produits remarquables : quatre formules en une !

1 Au cours des activités 1 et 2, tu as découvert les formules suivantes :

le carré d'une somme $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
le carré d'une différence $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

En réalité, le carré d'une différence n'est qu'un cas particulier du carré d'une somme.

Complète les égalités suivantes.

$(a - b)^2 = (a + (-b))^2 = a^2 + 2 . a . (-b) + (-b)^2 = a^2 + (-2ab) + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(-a + b)^2 = ((-a) + b)^2 = (-a)^2 + 2 . (-a) . b + b^2 = a^2 + (-2ab) + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(-a - b)^2 = ((-a) + (-b))^2 = (-a)^2 + 2 . (-a) . (-b) + (-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

p.159 C2-C3

2 Calcule en utilisant les produits remarquables.

$(-x + 3)^2 = x^2 - 2 . x . 3 + 3^2 = x^2 - 6x + 9$

$(-x - 2)^2 = x^2 + 2 . x . 2 + 2^2 = x^2 + 4x + 4$

$(-8 + x)^2 = 8^2 - 2 . 8 . x + x^2 = 64 - 16x + x^2$

$(-2 + 4x)^2 = 2^2 - 2 . 2 . 4x + (4x)^2 = 4 - 16x + 16x^2$

$(-b - 3a)^2 = b^2 + 2 . b . 3a + (3a)^2 = b^2 + 6ab + 9a^2$

$(-2a + b)^2 = (2a)^2 - 2 . 2a . b + b^2 = 4a^2 - 4ab + b^2$

$(-4x^2 - 1)^2 = (4x^2)^2 + 2 . 4x^2 . 1 + 1^2 = 16x^4 + 8x^2 + 1$

3 Calcule en utilisant, si possible, les produits remarquables.

$(6x + 1) . (1 - 6x) = 1^2 - (6x)^2 = 1 - 36x^2$

$(-7x + 3)^2 = (7x)^2 - 2 . 7x . 3 + 3^2 = 49x^2 - 42x + 9$

$(2a - 3b) . (3a - 2b) = 6a^2 - 4ab - 9ab + 6b^2 = 6a^2 - 13ab + 6b^2$

$(-3 - a)^2 = 3^2 + 2 . 3 . a + a^2 = 9 + 6a + a^2$

$(2 - y)^2 = 2^2 - 2 . 2 . y + y^2 = 4 - 4y + y^2$

$(-2b - 4a)^2 = (2b)^2 + 2 . 2b . 4a + (4a)^2 = 4b^2 + 16ab + 16a^2$

$(a + 1) . (1 - a) = 1^2 - a^2 = 1 - a^2$

$(-2x - 3)^2 = (2x)^2 + 2 . 2x . 3 + 3^2 = 4x^2 + 12x + 9$

$(-5a - 2b) . (2b - 5a) = (-5a)^2 - (2b)^2 = 25a^2 - 4b^2$

$(2a^2 + b) . (2a^2 + b) = (2a^2 + b)^2 = (2a^2)^2 + 2 . 2a^2 . b + b^2 = 4a^4 + 4a^2b + b^2$